هندســه ۱ (پایــه دهــم)

فصل اول: ترسیم‌های هندسی و استدلال

مدرس: سیدابوذر حسینی

❋ قضیه‌های شرطی

هر جمله‌ی شرطی که درستی آن به اثبات نیاز دارد، **قضیه‌ی شرطی** نامیده می‌شود.

صورت کلی قضیه‌های شرطی:

اگر : «فرض قضیه»، آنگاه : «حکم قضیه»

☑ **مثال: اگر $x > ۵$ باشد، آنگاه $۴x > ۲۰$ است.**

☑ **مثال: اگر در مثلث ABC، $\hat{A} = ۹۰^\circ$ باشد، آنگاه $a^۲ = b^۲ + c^۲$ است. (قضیه‌ی فیثاغورس)**

عکس قضیه‌ی شرطی: اگر در قضیه‌ی شرطی، جای فرض و حکم را عوض کنیم، عکس قضیه‌ی شرطی به‌وجود می‌آید. عکس قضیه‌ی شرطی، خود می‌تواند یک قضیه‌ی شرطی باشد.

❋ اگر یک قضیه‌ی شرطی و عکس آن هر دو برقرار باشند، قضیه را **دو شرطی** می‌نامیم.

صورت کلی قضیه‌های دو شرطی:

«فرض قضیه» اگر و تنها اگر «حکم قضیه»

☑ **مثال: قضیه‌های زیر را به صورت شرطی، عکس شرطی و دو شرطی بنویسید.**

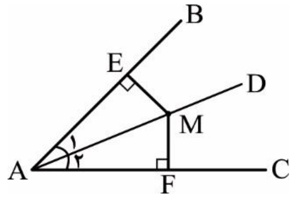
الف) در هر متوازی‌الاضلاع، قطرها منصف یکدیگرند.

ب) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.

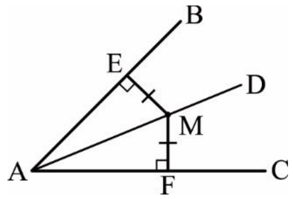
* اجزای فرعی مثلث (نیمساز، عمودمنصف ،ارتفاع، میانه) و ویژگی‌های آن‌ها

۱) نیمساز:

اثبات اول: اگر نقطه‌ای مانند M روی نیمساز زاویه‌ی A باشد، آنگاه از دو ضلع زاویه‌ی A به یک فاصله است.



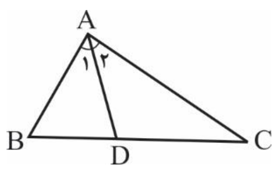
اثبات دوم: اگر نقطه‌ای مانند M از دو ضلع زاویه‌ی A به یک فاصله باشد، آنگاه روی نیمساز زاویه‌ی A قرار دارد.



نتیجه: از دو اثبات بالا نتیجه می‌شود:

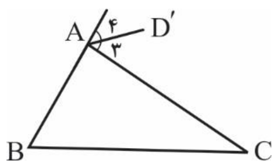
«هر نقطه روی نیمساز یک زاویه، از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه قرار دارد» $ME=MF \Leftrightarrow$ M روی نیمساز AD

نیمساز داخلی مثلث: نیمساز داخلی در مثلث، پاره‌خطی است که زاویه‌ی مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند. ابتدای این پاره‌خط، رأس زاویه و انتهای آن بر روی ضلع مقابل زاویه می‌باشد.



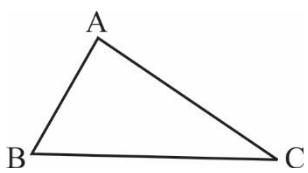
AD نیمساز داخلی $\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{A}_2=\frac{\hat{A}}{2}$

نیمساز خارجی مثلث: نیمساز خارجی در مثلث، نیم‌خطی است که زاویه‌ی خارجی مثلث را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.



AD' نیمساز خارجی $\Rightarrow \hat{A}_3=\hat{A}_4=\frac{180-\hat{A}}{2}$

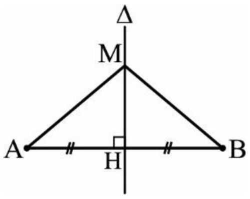
قضیه: سه نیمساز داخلی هر مثلث همرس‌اند (در یک نقطه متقاطع‌اند).



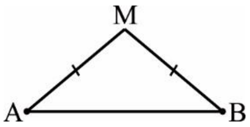
نکته: محل همرسی نیمسازهای داخلی هر مثلث، همواره داخل مثلث قرار دارد و از سه . . . . .

۲) عمودمنصف:

اثبات اول: اگر نقطه‌ای مانند M روی عمودمنصف پاره‌خط AB باشد، آنگاه از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله است.



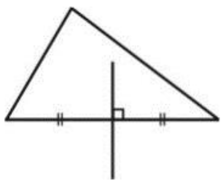
اثبات دوم: اگر نقطه‌ای مانند M از دو سر پاره‌خط AB به یک فاصله باشد، آنگاه روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد.



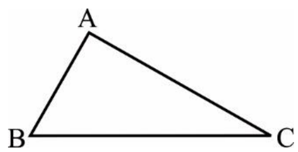
نتیجه: از دو اثبات بالا نتیجه می‌شود:

«هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است و هر نقطه که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره‌خط قرار دارد» M روی عمودمنصف AB $\Leftrightarrow$ $MA=MB$

عمودمنصف در مثلث: عمودمنصف در مثلث، خطی است که از وسط یک ضلع بر آن عمود می‌شود.

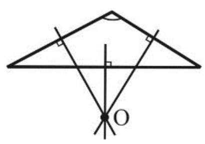


قضیه: عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث همرس‌اند.



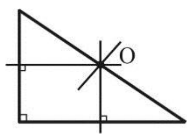
نکته: محل همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه . . . . .

نکته: محل همرسی عمودمنصف‌ها، وضعیت خاصی نسبت به مثلث ندارد:



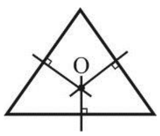
مثلث با زاویه‌ی منفرجه

حل همرسی، خارج مثلث



مثلث قائم‌الزاویه

محل همرسی، وسط وتر



مثلث با زوایای حاده

محل همرسی، داخل مثلث